

Ю. Г. Лега, д.т.н., професор,
О. С. Гавриш, к.ф.-м.н., доцент,
А. О. Іващенко, аспірант,
О. В. Бурдукова, аспірант,
М. О. Багрій, студент

Черкаський державний технологічний університет
бул. Шевченка, 460, Черкаси, 18006, Україна

АНАЛІЗ ПОТЕНЦІЙНИХ ХАРАКТЕРИСТИК КВАДРАТИЧНОГО АЛГОРИТМУ ВИМІРЮВАННЯ АМПЛІТУДИ ГАРМОНІЧНОГО СИГНАЛУ З ФЛУКТУЮЧОЮ ЧАСТОТОЮ ПРИ КОГЕРЕНТНОМУ ПРИЙОМІ

В роботі досліджуються потенційні точнісні характеристики лінійного та квадратичного алгоритмів вимірювання амплітуди гармонічного сигналу з флуктуючою частотою при когерентному прийомі, за умови впливу асиметрично-ексцесної завади. Показано, що при синтезі поліноміальних алгоритмів методом максимізації поліному, їх точність може зростати за рахунок врахування тонкої структури завади у вигляді кумулянтів вищих порядків. Обґрунтовано, що точність квадратичного алгоритму вимірювання амплітуди гармонічного сигналу з флуктуючою частотою може бути максимальною за умови, що кумулянтні коефіцієнти 3-го та 4-го порядків, що описують адитивну заваду, прагнуть до грані ОДЗ.

Ключові слова: *точнісні характеристики, метод максимізації поліному, дисперсія оцінки, кількість добутої інформації про параметр, амплітуда, флуктуація частоти, гармонічний сигнал, когерентний прийом, коефіцієнти асиметрії та ексцесу.*

Вступ. В багатьох сучасних системах зв'язку їх параметри та характеристики напряму залежать від стабільності частоти сигналу. Проте флуктуація параметрів сигналу є невід'ємною частиною процесу передачі інформації по каналу зв'язку і закладена в самій природі цих явищ [1, 2]. Наприклад, у РЛС нестабільність частоти гетеродина впливає на точність опрацювання доплерівської інформації, а у системах зв'язку з цифровою модуляцією нестабільність частоти призводить до зростання амплітуди вектора помилок (EVM), що відображається на пропускній здатності систем [3].

В роботах [4-7] наведено результати оцінки параметрів гармонічного сигналу з флуктуючою частотою, коли в якості математичного опису випадкової величини використовуються щільність розподілу. Такий підхід забезпечує оптимальність отримуваних результатів, проте не є гнучким для широкого класу завад. В роботі [8] синтезовано обчислювальні алгоритми вимірювання амплітуди гармонічного сигналу за умови впливу адитивної негауссівської завади, яка описується кінцевою послідовністю кумулянтів [9].

Для аналізу поліноміальних алгоритмів оцінки амплітуди гармонічного сигналу також доцільно використовувати метод максимізації поліному (ММПл) [10, 11].

Постановка задачі. В даній роботі ставиться задача дослідити асимптотичні властивості квадратичного алгоритму вимірювання амплітуди гармонічного сигналу з флуктуючою частотою при когерентному прийомі, який було синтезовано в роботі [8], в умовах дії негауссівських завад. Особливістю моделей завад, що використовуються в роботі [8], є їх моментно-кумулянтне представлення, що зумовлює накладання певних обмежень на їх параметри при поліноміальній обробці сигналу, що приймається. Так, при квадратичній обробці сигналу модель завади описується кінцевою послідовністю кумулянтів χ_2 , χ_3 , χ_4 . Згідно з класифікацією випадкових величин, наведеною в роботах [10, 11], така завада називається асиметрично-ексцесною випадковою величиною. Лінійний алгоритм, синтезований методом максимізації поліному при $s=1$ співпадає з алгоритмом, отриманим при використанні методу максимальної правдопо-

дібності, і є оптимальним для гауссівської завади. Для з'ясування впливу негауссовості завади у вигляді кумулянтів 3-го та 4-го порядків на точнісні властивості досліджуваного алгоритму необхідно провести порівняння точнісних характеристик квадратичного та лінійного алгоритмів.

Метою роботи є аналіз точнісних характеристик квадратичного алгоритму вимірювання амплітуди A гармонічного сигналу з флуктуючою частотою при когерентному прийомі при різних параметрах асиметрично-ексцесної завади і визначення умов, за яких виграш в точності оцінювання при квадратичному опрацюванні буде максимальним порівняно з лінійним алгоритмом.

Результати роботи. Дослідимо точнісні властивості алгоритмів вимірювання амплітуди гармонічного сигналу з флуктуючою частотою при когерентному прийомі, отриманих ММПл при $s = 1, 2$ [8]. Згідно методу максимізації поліному, дисперсія оцінки параметру дорівнює величині, зворотній кількості добутої інформації про скалярний параметр

$$\sigma_{(A)s}^2 = J_{sn}^{-1}, \quad (1)$$

де

$$J_{sn} = \sum_{i=1}^s \sum_{v=1}^n k_{iv}(A) \frac{dm_{iv}(A)}{dA}. \quad (2)$$

Використовуючи оптимальний коефіцієнт $k_{1v}(A)$, знайдений в роботі [8], а також вираз для похідної від початкового моменту 1-го порядку за параметром A , легко знайти вираз для кількості добутої інформації про шуканий параметр A при $s = 1$

$$J_{1n} = \sum_{v=1}^n \frac{b^2 \cos^2 \alpha}{\frac{A^2}{2}(1 + b^4 \cos 2\alpha - 2b^2 \cos^2 \alpha) + \chi_2}. \quad (3)$$

Очевидно, що дисперсія оцінки амплітуди гармонічного сигналу, знайденої методом максимізації поліному при $s = 1$, прийме вид

$$\sigma_{(A)1}^2 = \frac{\chi_2}{\sum_{v=1}^n \frac{q}{2} \frac{b^2 \cos^2 \alpha}{(1 + b^4 \cos 2\alpha - 2b^2 \cos^2 \alpha) + 1}}, \quad (4)$$

де $q = A^2 / \chi_2$ відношення сигнал-завада за потужністю.

З останнього виразу видно, що дисперсія лінійної оцінки амплітуди гармонічного сигналу з флуктуючою частотою при когерентному прийомі прямо пропорційна дисперсії завади χ_2 і відношенню сигнал-завада q .

Використовуючи оптимальні коефіцієнти $k_{1v}(A)$ і $k_{2v}(A)$ [8], можна знайти кількість добутої інформації про параметр A при степені поліному $s=2$

$$J_{2n} = \sum_{v=1}^n \frac{1}{\Delta_2} (A^4 a_{4i} + A^2 \chi_2 a_{2i} + A a_{1i} \chi_2^{\frac{3}{2}} \gamma_3 + \chi_2^2 b^2 \cos^2 \alpha (2 + \gamma_4)), \quad (5)$$

де

$$\begin{aligned} a_{4i} &= \frac{1}{2} b^{12} \cos^3 2\alpha + \frac{3}{2} b^4 \cos 2\alpha + \frac{3}{2} b^8 \cos^2 2\alpha - \frac{1}{4} b^{10} \cos^2 \alpha \cos^2 2\alpha - \frac{3}{2} b^6 \cos^2 \alpha \cos 2\alpha + \\ &+ \frac{1}{2} - \frac{11}{8} b^2 \cos^2 \alpha + \frac{1}{8} b^{18} \cos^2 \alpha \cos 4\alpha - \frac{1}{2} b^{10} \cos \alpha \cos 3\alpha - \frac{1}{2} b^{14} \cos \alpha \cos 2\alpha \cos 3\alpha; \\ a_{2i} &= -2b^6 \cos^2 \alpha \cos 2\alpha + 2b^4 \cos 2\alpha + b^8 \cos^2 2\alpha + 1 - 2b^2 \cos^2 \alpha; \\ a_{1i} &= -2b^5 \cos \alpha \cos 2\alpha - 2b \cos \alpha + 4b^3 \cos^3 \alpha. \end{aligned}$$

Використовуючи вираз (5) можна знайти дисперсію оцінки амплітуди гармонічного сигналу при степені поліному $s=2$

$$\sigma_{(A)2}^2 = \frac{\chi_2}{\sum_{v=1}^n \frac{q^2 a_{4i} + q a_{2i} + \sqrt{q} a_{1i} \gamma_3 + (2b^2 \cos^2 \alpha + b^2 \cos^2 \alpha \gamma_4)}{\frac{1}{16} q^3 a_{60} + q^2 a_{40} + q^{1.5} \gamma_3 a_{30} + q a_{20} + (2 - \gamma_3 + \gamma_4)}}. \quad (6)$$

Для порівняння дисперсій оцінок виду (6) і (4) знайдемо коефіцієнт ефективності оцінки:

$$g_{21} = \frac{\sigma_{2(A)}^2}{\sigma_{1(A)}^2} = \frac{\sum_{v=1}^n \frac{b^2 \cos^2 \alpha}{\frac{q}{2}(1+b^4 \cos 2\alpha - 2b^2 \cos^2 \alpha) + 1}}{\sum_{v=1}^n \frac{q^2 a_{4i} + q a_{2i} + \sqrt{q} a_{1i} \gamma_3 + (2b^2 \cos^2 \alpha + b^2 \cos^2 \alpha \gamma_4)}{\frac{1}{16} q^3 a_{60} + q^2 a_{40} + q^{1.5} \gamma_3 a_{30} + q a_{20} + (2 - \gamma_3^2 + \gamma_4)}}. \quad (7)$$

Коефіцієнт ефективності оцінки залежить не лише від параметрів завади, а й від відношення сигнал/завада. Фіксуємо параметр $q = A^2 / \chi_2$, можна побудувати залежність коефіцієнта ефективності від коефіцієнта асиметрії γ_3 при фіксованих значеннях γ_4 . На рис.1 наведено графіки коефіцієнта ефективності g_{21} для різних значень сигнал/завада $q = \{0,25; 1; 9\}$, з яких видно, що криві накладаються одна на іншу, отже величина виграшу g_{21} не залежить від співвідношення сигнал/завада. Графік має симетричний характер відносно осі ординат, оскільки функція g_{21} є парною відносно параметра γ_3 .

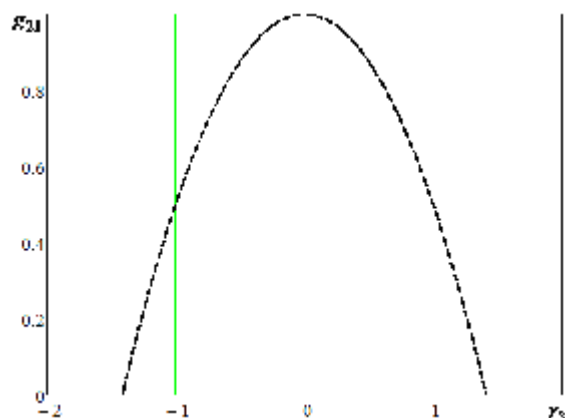


Рис. 1. Залежність коефіцієнта ефективності оцінки від коефіцієнта асиметрії при $\gamma_4 = 0$ при різних значеннях сигнал/завада

На рис. 2 досліджено залежність коефіцієнта ефективності оцінки від коефіцієнта асиметрії при фіксованому значенні коефіцієнта ексцесу $\gamma_4 = \{-1,5; 0; 1,5; 4\}$. Для кожного значення γ_4 коефіцієнт асиметрії має інтервал допустимих значень. Якщо коефіцієнт асиметрії прагне до границі своєї області визначення, то виграш в точності вимірювання може значно зростати (одиниці та десятки разів). У разі, якщо сигнал приймається на тлі симетричних завад ($\gamma_3 = 0$), то точність дисперсії не

змінюватиметься, навіть якщо коефіцієнт ексцесу відмінний від нуля.

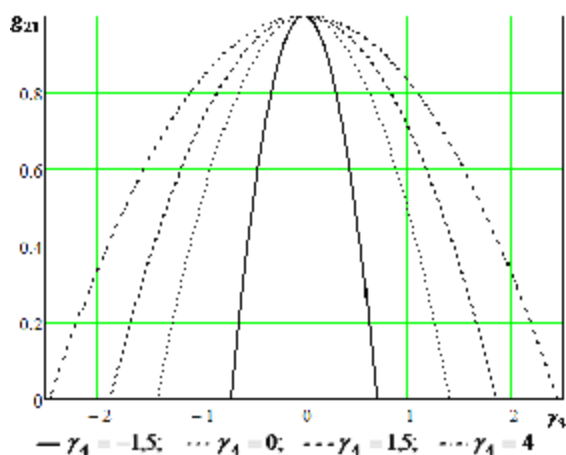


Рис. 2. Залежність коефіцієнта ефективності оцінки від коефіцієнта асиметрії при фіксованих значеннях коефіцієнта ексцесу

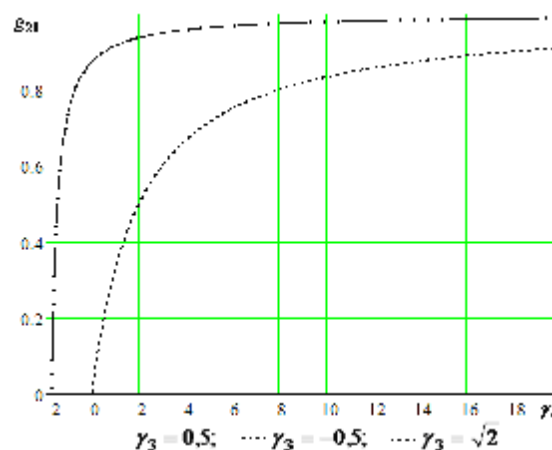
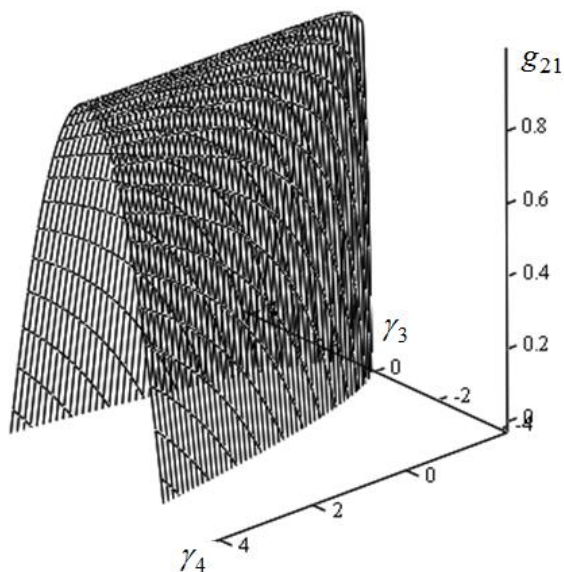


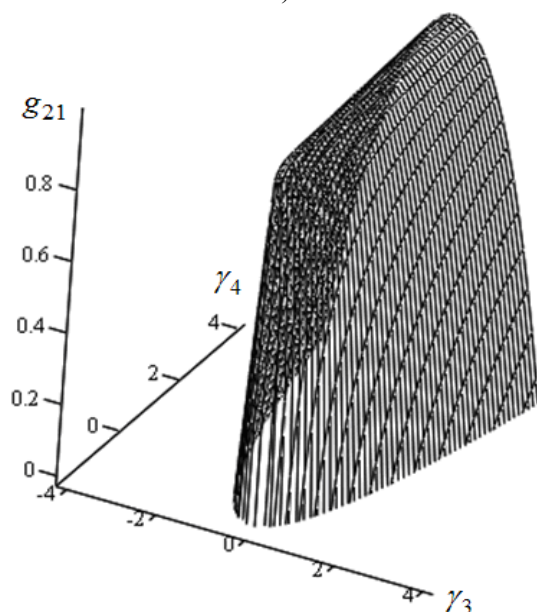
Рис. 3. Залежність коефіцієнта ефективності оцінки від коефіцієнта ексцесу γ_4 при фіксованих значеннях коефіцієнта асиметрії

На рис. 3 наведено залежність коефіцієнта ефективності оцінки від коефіцієнта ексцесу γ_4 при фіксованих значеннях коефіцієнта асиметрії $\gamma_3 = \{-0,5; 0,5; \sqrt{2}\}$. З графіку видно, що чим ближчий розподіл завади до си-

метричного ($|\gamma_3| \rightarrow 0$) тим ближчою до сходинкоподібної є форма графіку функції коефіцієнта ефективності оцінки. Це вказує на те, що виграш в оцінці параметру можливий лише при найменших значеннях коефіцієнту ексцесу $\gamma_4 \rightarrow -2$. Для великих значень коефіцієнта асиметрії (наприклад, $|\gamma_3| = \sqrt{2}$) ефективність оцінок зростає ($g_{21} \leq 0,8$) для широкого діапазону значень коефіцієнта ексцесу $\gamma_4 \in (0; 8)$.



а)



б)

Рис. 4. Різні ракурси тривимірного графіка коефіцієнта ефективності оцінки

Загальне уявлення про характер зменшення коефіцієнта ефективності оцінки при одночасній зміні коефіцієнтів асиметрії та ексцесу можна отримати з рис.4, на якому для наочності, наведені різні ракурси тривимірного зображення функціональної залежності. Зміна коефіцієнту асиметрії можлива в діапазоні $\gamma_3 \in (-\infty; \infty)$, а коефіцієнт ексцесу змінюється в інтервалі $\gamma_4 \in (-2; \infty)$.

Висновки. Отримані результати вказують на те, що точність поліноміальних алгоритмів, синтезованих методом максимізації поліному, може покращуватися з ростом степеня поліному. Показано, що для певного сполучення значень параметрів негауссівської задачі квадратичний алгоритм має потенційно вищі точнісні характеристики, порівняно з характеристиками класичного лінійного алгоритму, оптимального при гауссівських задачах. За допомогою побудованих графіків можна оцінити для задач з якими параметрами можна отримати максимальний виграш в точності оцінювання порівняно з лінійним алгоритмом.

Список літератури

1. https://ru.wikibooks.org/wiki/Понятие_о_помехах_и_методы_борьбы_с_ними. Понятие о помехах и методы борьбы с ними.
2. Семенов А.А., Арсеньян Т.И. Флуктуации электромагнитных волн на приземных трассах. М.: Наука, 1978. 272 с.
3. <https://literature.cdn.keysight.com/litweb/pdf/5991-4797RURU.pdf?id=2508814> – Keysight Technologies Анализ стабильности частоты в частотной и временной областях.
4. Гришин Ю. П., Ипатов В. П., Казаринов Ю. М. и др. Радиотехнические системы: учеб. для вузов по спец. «Радиотехника» / под ред. Ю. М. Казаринова. М.: Высш. шк., 1990. 496 с.
5. Патюков В. Г., Патюков Е. В., Силантьев А. А. Оценка отношения сигнал/шум на основе фазовых флуктуаций сигнала. Журнал радиоэлектроники. 2013. №4. 10 с. URL: <http://jre.cplire.ru/iso/apr13/1/text.html>
6. Лезин Ю. С. Введение в теорию и технику радиотехнических систем. М.: Радио и связь, 1986. 280 с.
7. Сосулин Ю. Г. Теоретические основы радиолокации и радионавигации. М.: Радио и связь, 1992. 304 с.

8. Гавриш О. С., Бурдукова О. В., Івашченко А. О., Безпалій Р. О. Поліноміальні алгоритми вимірювання амплітуди гармонічного сигналу з флюктуючою частотою і когерентному прийомі при асиметрично-експоненційній заваді. *Вісник Черкаського державного технологічного університету*. 2017. №1. С. 45–49.
9. Малахов А. Н. Кумулянтный анализ негауссовских случайных процессов и их преобразований. М.: Сов. радио, 1978. 376 с.
10. Кунченко Ю. П. Полиномиальные оценки параметров близких к гауссовским случайных величин. Часть 1. Стохастические полиномы, их свойства и применение для нахождения оценок параметров. Черкассы: ЧИТИ, 2001. 133 с.
11. Kunchenko Yu. Polynomial parameter estimations of close to Gaussian random variables. Germany, Aachen : Shaker Verlag, 2002. 396 p.
5. Patiukov, V. H., Patiukov, E. V., Syantev A.A. (2013) Signal/noise ratio estimation based on signal phase fluctuation. *Zhurnal radioelektroniki*. №4. 10 p. URL: <http://jre.cplire.ru/iso/apr13/1/text.html> [in Russian]
6. Lezin, Yu.S. (1986), *Introduction to the theory and technique of radio systems*. Moscow: Radio i svyaz' [in Russian].
7. Sosulin, Yu. G. (1992) Theoretic bases of radiolocation and radionavigation. Moscow: Radio i svyaz', 304 p. [in Russian].
8. Havrysh, O. S., Burdukova, O. V., Ivashchenko, A. O., Bezpalii, R. O. (2017) Polynomial algorithms for measurement of the amplitude of a harmonic signal with fluctuated frequency and coherent detection at skewness-kurtosis interference. *Visnyk Cherkaskogo derzhavnogo tehnologichnogo universitetu. Seria: Tehnichni nauky*, (1), pp. 45–49 [in Ukrainian].
9. Malahov, A. N. (1978) *Cumulant analysis of the non-Gaussian random processes and their transformations*. M.: Sov. radio, 376 p. [in Russian].
10. Kunchenko, Yu. P. (2001) *Polynomial estimations of parameters of close to Gaussian random variables. Part 1. Stochastic polynomials, their properties and application for parameters estimations*. Cherkassy: CHITI, 133 p. [in Russian].
11. Kunchenko, Yu. (2002) Polynomial parameter estimations of close to Gaussian random variables. Germany, Aachen: Shaker Verlag, 396 p.

References

Yu. G. Lega, *Dr. Tech. Sc., professor*,
O. S. Havrysh, *Ph.D., associate professor*,
A. O. Ivashchenko, *Ph. D.*,
O. V. Burdukova, *Ph. D.*,
M. O. Bagrii, *student*

Cherkasy State Technological University
 Shevchenko blvd, 460, Cherkasy, 18006, Ukraine

ANALYSIS OF POTENTIAL CHARACTERISTICS OF THE QUADRATED ALGORITHM OF MEASUREMENT OF HARMONIC SIGNAL AMPLITUDE WITH FLUCTUATED FREQUENCY IN COHERENT DETECTION

In the paper, an analysis of the exact characteristics of linear and quadratic algorithms for measuring the amplitude of a harmonic signal with a fluctuating frequency with coherent reception, under the influence of an asymmetric and high-frequency noise is carried out. The analytical expres-

sions for the amount of information obtained and the variance of the estimation of the amplitude under the polynomial degree $s=1$ and 2 are obtained. It is shown that with the growth of the polynomial degree, the exact characteristics of the polynomial algorithms can increase with the asymmetric distribution of the additive interference. The gain in the accuracy of the estimation depends on the combination of values of cumulative coefficients of the 3rd and 4th orders. The closer the value of the coefficients of asymmetry and excess to the limit of the range of admissible values, the higher the accuracy of computational algorithms.

Keywords: precision characteristics, polynomial maximization method, dispersion, amount of information about parameter, amplitude, frequency fluctuation, harmonic signal, coherent detection, coefficient of skewness-kurtosis.

Статтю представляє Ю. Г. Лега, д.т.н., професор.