

УДК 621.391

А. В. Гончаров, к.т.н., доцент, декан факультету електронних технологій,
e-mail: artyom28@gmail.com

В. В. Філіпов, к.т.н., старший викладач кафедри радіотехніки
та інформаційно-телекомунікаційних систем,
e-mail: vyphilka@gmail.com

А. В. Чепинога, к.т.н., старший викладач кафедри радіотехніки
та інформаційно-телекомунікаційних систем,
e-mail: toxacher@gmail.com

М. О. Безпалый, магістрант кафедри радіотехніки
та інформаційно-телекомунікаційних систем
Черкаський державний технологічний університет
б-р Шевченка, 460, м. Черкаси, 18006, Україна

АЛГОРИТМИ РОЗРАХУНКУ КОЕФІЦІЄНТІВ РІВНЯННЯ МАКСИМІЗАЦІЇ УСІЧЕНОГО ПОЛІНОМА ПРИ ОЦІНЮВАННІ ПАРАМЕТРА ПОСТІЙНОГО СИГНАЛУ НА ТЛІ НЕГАУСІВСЬКИХ ЗАВАД

У статті досліджуються способи спрощення алгоритмів оцінювання параметра постійного сигналу на фоні негаусівських завад, отриманих для степенів стохастичного полінома $s > 2$. Визначено критерій спрощення поліноміальних алгоритмів оцінювання, на основі якого запропоновано способи отримання вагових коефіцієнтів рівняння максимізації усіченого стохастичного полінома. Для аналізу точності спрощених алгоритмів оцінювання запропоновано критерій, який дає можливість вибрати оптимальний спосіб отримання коефіцієнтів рівняння усіченого полінома з умови мінімуму дисперсії оцінки параметра постійного сигналу.

Ключові слова: негаусівські завади, метод максимізації усіченого стохастичного полінома, глибина усічення стохастичного полінома, коефіцієнт асиметрії.

Вступ. Сучасні системи зв'язку вирішують задачу оцінювання інформативного параметра сигналу за умов негативного впливу завад з каналу зв'язку [1–2]. Відповідно синтез алгоритмів обробки сигналів, що приймаються на тлі завад, є важливою та актуальною задачею.

Класичним підходом до вирішення цієї задачі є застосування методів, які ґрунтуються на представленні завад у вигляді випадкових величин, з відомими функціями щільності розподілу (метод максимальної правдоподібності [3]). Проте такий підхід не завжди можна застосувати при реалізації практичних задач, тому що аналітичні вирази функцій щільності розподілу завад з реального каналу зв'язку зазвичай є невідомими.

Використання негаусівських випадкових величин [3] для опису завад у системах зв'язку дозволить точніше описати нелінійні характеристики каналів зв'язку і показати особливості структури реальної завади. Класичним підходом до вирішення задачі оцінювання інформативних параметрів сигналів на тлі негаусівських завад є метод моментів. Але оцінки, знайдені за методом моментів [4], як правило, спроможні, але часто неефективні. Тому їх

можна використовувати лише як перші наближення, базуючись на яких, можна знаходити наступні наближення з меншою дисперсією.

Професором Ю. П. Кунченком запропоновано метод максимізації стохастичного полінома [4], який за допомогою моментно-кумулянтного представлення негаусівських випадкових величин та застосування стохастичних поліномів дає змогу отримати асимптотично-ефективні алгоритми оцінювання.

В роботах професора Ю. П. Кунченка та його учнів [5–6] досліджено методи оцінювання параметра постійного сигналу та параметрів завади. Аналітичні вирази для оцінювання параметра постійного сигналу ϑ отримані лише для степенів полінома $s \leq 3$. Це пояснюється тим, що алгоритми оцінювання параметра ϑ отримуються з розв'язку степеневого рівняння степеня s . Відповідно, для степенів полінома $s > 3$ складність реалізації алгоритмів оцінювання зростає, що ускладнює їх практичне застосування.

Для застосування поліноміальних алгоритмів оцінювання вищих степенів у практичних задачах професором Ю. П. Кунченком розроблено новий спрощений метод оцінювання, який ґрунтується на використанні усі-

чених стохастичних поліномів [7]. Цей метод дає змогу варіювати складність алгоритму оцінювання шуканого параметра та водночас знаходити оцінки з мінімальною дисперсією при заданих умовах складності (час виконання алгоритму, апаратні засоби).

Постановка задачі. Нехай є вибірка обсягом n незалежних однаково розподілених вибірових значень $\bar{x} = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ з генеральної сукупності значень випадкової величини ξ . Ця випадкова величина є адитивною сумішшю корисного сигналу та негаусівської завади: $\xi = S(\vartheta) + \eta$. Як корисний сигнал $S(\vartheta)$ розглядається постійний сигнал, який залежить від параметра ϑ . Негаусівська завада η описується кумулянтном другого порядку χ_2 , коефіцієнтом асиметрії γ_3 , а значення інших кумулянтних коефіцієнтів дорівнюють нулю. Випадкові величини, що є математичними моделями зазначених завад, мають назву асиметричних випадкових величин [4].

Метою роботи є синтез алгоритмів розрахунку вагових коефіцієнтів рівняння максимізації усіченого стохастичного полінома (МУСП) при оцінюванні параметра постійного сигналу ϑ за умови адитивного впливу асиметричної завади.

Результати досліджень. Метод МУСП полінома дозволяє спростити процес оцінювання параметра постійного сигналу ϑ шляхом зменшення кількості членів стохастичного полінома [8, 9]. Кількість членів полінома, які використовуються для оцінювання параметра ϑ , визначається виразом $s = (s' - \ell)$, де

$$\sum_{j=1}^s h_{j(s)\{s\}\{\ell\}}(\vartheta) \cdot K_{i,j\{s\}}(\vartheta) = \frac{d}{d\vartheta} [m_{i\{s\}}(\vartheta)], \quad i = \overline{1, s}, \quad j = (c, e, \dots, l), \quad (2)$$

де $K_{i,j\{s\}}(\vartheta) = m_{i+j\{s\}}(\vartheta) - m_{i\{s\}}(\vartheta)m_{j\{s\}}(\vartheta)$ – центровані корелянти випадкової величини ξ .

Зазначимо, що в системі лінійних алгебраїчних рівнянь (2) не враховуються вагові коефіцієнти рівняння (1) з індексами $j = (c, e, \dots, l)$. В загальному випадку індекси $(c, e, \dots, l)$ можуть вибиратися довільними, тоді усічення стохас-

s' – кількість членів неусіченого стохастичного полінома, ℓ – глибина усічення стохастичного полінома степеня s [10].

Параметр ℓ визначає кількісну міру усічення стохастичного полінома. Максимальне значення параметра глибини усічення полінома степеня s визначається співвідношенням $\ell = (s' - 1)$, а мінімальне – дорівнює одиниці. При нульовому значенні параметра ℓ усічення полінома не відбувається, і усічений стохастичний поліном збігається зі стохастичним поліномом [4].

Запишемо рівняння максимізації усіченого стохастичного полінома степеня s з глибиною усічення ℓ :

$$\sum_{i \neq (c, e, \dots, l)}^s h_{i(s)\{s\}\{\ell\}}(\vartheta) \sum_{v=1}^n (x_v^i - m_{i\{s\}}(\vartheta)) \Big|_{\vartheta=\hat{\vartheta}} = 0 \quad (1)$$

де $m_{i\{s\}}(\vartheta)$ – моменти i -го порядку завади η , $(c, e, \dots, l)$ – цілі числа, що визначають параметр ℓ , (s) – індекс, що показує степінь полінома, $\{s\}$ – (від англ. *skewness*) – індекс, що позначає тип негаусівської випадкової величини [4], x_v – незалежні і однаково розподілені вибірові значення з випадкової величини ξ , n – обсяг вибірки $\bar{x}$, $h_{i(s)\{s\}\{\ell\}}(\vartheta)$ – вагові коефіцієнти рівняння максимізації усіченого полінома степеня s , які знаходяться з розв'язку системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР):

тичного полінома степеня s здійснюється в довільному порядку. Це призведе до того, що дисперсія оцінки параметра ϑ збільшиться.

Пояснити зазначену закономірність можна тим, що для кількості інформації $J_{(s)\{s\}\{\ell\}}$ про оцінюваний параметр ϑ [5] справедлива нерівність

$$J_{(s)\{s\}\{\ell\}}(\vartheta) > J_{(s-1)\{s\}\{\ell\}}(\vartheta) > \dots > J_{(s-\ell)\{s\}\{\ell\}}(\vartheta) > \dots > J_{(1)\{s\}\{\ell\}}(\vartheta), \quad (3)$$

де введені такі спрощення:

$$\begin{aligned} J_{(s)\{s\}\{\ell\}}(\vartheta) &= J_{1(s)\{s\}\{\ell\}}(\vartheta) + J_{2(s)\{s\}\{\ell\}}(\vartheta) + \dots + J_{s(s)\{s\}\{\ell\}}(\vartheta), \\ J_{(s-1)\{s\}\{\ell\}}(\vartheta) &= J_{1(s)\{s\}\{\ell\}}(\vartheta) + J_{2(s)\{s\}\{\ell\}}(\vartheta) + \dots + J_{s-1(s)\{s\}\{\ell\}}(\vartheta), \\ J_{(s-\ell)\{s\}\{\ell\}}(\vartheta) &= J_{1(s)\{s\}\{\ell\}}(\vartheta) + J_{2(s)\{s\}\{\ell\}}(\vartheta) + \dots + J_{s-\ell(s)\{s\}\{\ell\}}(\vartheta). \end{aligned}$$

Коефіцієнт $J_{i(s)\{s\}\langle\ell\rangle}(\vartheta)$ визначає кількість інформації, яку вносить i -й член рівняння (1) за умови глибини усічення полінома ℓ .

З нерівності (3) випливає, що кількість інформації, яка отримується при оцінюванні параметра ϑ методом МУСП при степені s та глибині усічення ℓ , зменшується з кроком, який дорівнює s -й (останній) компоненті кількості добутої інформації: $J_{s(s)\{s\}\langle\ell\rangle}(\vartheta)$.

Враховуючи кількість інформації, що вносить кожний член рівняння (1) про оцінюваний параметр ϑ , сформулюємо алгоритм усічення стохастичного полінома степеня s : усічення полінома необхідно проводити поступово, починаючи з останнього члена полінома з індексом s і відповідно значенню параметра ℓ до члена полінома з індексом $(s - \ell)$.

Запропонований підхід дає змогу отримати спрощені алгоритми оцінювання параметра постійного сигналу ϑ з мінімальною дисперсією при заданому критерії складності. При варіюванні значення параметра ℓ складність алгоритму оцінювання параметра ϑ , а відповідно і точність його оцінювання будуть також змінюватись.

Для розв'язання задачі оцінювання параметра постійного сигналу ϑ методом МУСП необхідно розробити алгоритм отримання вагових коефіцієнтів $h_{i(s)\{s\}\langle\ell\rangle}(\vartheta)$, з системи рівнянь (2), який відповідатиме критеріям спрощення алгоритму оцінювання параметра сигналу ϑ на тлі адитивних асиметричних негаусівських завад [7].

У виразах для корисного сигналу $S(\vartheta)$, моментів $m_{i\{s\}}(\vartheta)$, корелянтів $K_{i,j\{s\}}(\vartheta)$ та коефіцієнтів $h_{i(s)\{s\}\langle\ell\rangle}(\vartheta)$ для спрощення запису будемо опускати залежність зазначених величин від оцінюваного параметра. Також, з огляду на громіздкість результуючих виразів, розрахунок моментів $m_{i\{s\}}$ і центрованих корелянтів $K_{i,j\{s\}}$ випадкової величини ξ у цій роботі не наводиться. Алгоритм отримання аналогічних параметрів випадкової величини ξ наведений у роботах [4–6].

На прикладі третього степеня усіченого стохастичного полінома розробимо алгоритми розрахунку коефіцієнтів рівняння (1).

Параметр глибини усічення стохастичного полінома при степені $s = 3$ набуває значень $\ell = \overline{0,2}$. При нульовому значенні параметра ℓ усічення стохастичного полінома не відбувається, і СЛАР (2) збіжиться з системою рівнянь, складеною для оцінювання параметра ϑ методом максимізації полінома [6, 7].

Запишемо систему (2) для степеня полінома $s = 3$ при значеннях параметра глибини усічення полінома $\ell = \overline{1,2}$:

$$\text{при } \ell = 1 : \begin{cases} \sum_{i=1}^2 h_{i(3)\{s\}\langle 1 \rangle} \cdot K_{1,i\{s\}} = \frac{d}{d\vartheta} [m_{1\{s\}}], \\ \sum_{i=1}^2 h_{i(3)\{s\}\langle 1 \rangle} \cdot K_{2,i\{s\}} = \frac{d}{d\vartheta} [m_{2\{s\}}], \\ \sum_{i=1}^2 h_{i(3)\{s\}\langle 1 \rangle} \cdot K_{3,i\{s\}} = \frac{d}{d\vartheta} [m_{3\{s\}}]. \end{cases}$$

$$\text{при } \ell = 2 : \begin{cases} h_{1(3)\{s\}\langle 2 \rangle} \cdot K_{1,1\{s\}} = \frac{d}{d\vartheta} [m_{1\{s\}}], \\ h_{1(3)\{s\}\langle 2 \rangle} \cdot K_{2,1\{s\}} = \frac{d}{d\vartheta} [m_{2\{s\}}], \\ h_{1(3)\{s\}\langle 2 \rangle} \cdot K_{3,1\{s\}} = \frac{d}{d\vartheta} [m_{3\{s\}}]. \end{cases} \quad (4)$$

У системах (4) кількість змінних є меншою, ніж кількість рівнянь, що входять до цих систем. Тому зазначені системи є невластивими перевизначеними СЛАР, тобто системами, які в загальному випадку не мають розв'язків. Відповідно, в алгоритм оцінювання параметра постійного сигналу ϑ методом МУСП, для степенів $s \geq 3$ та параметра $\ell \geq 1$, необхідно внести корективи, які приведуть до спрощення СЛАР (4).

Пропонується спростити системи (4) таким чином, щоб кількість змінних $h_{i(3)\{s\}\langle\ell\rangle}$, $i = \overline{1,3}$, дорівнювала кількості рівнянь у цих системах. Але кожне рівняння систем (4) містить інформацію, яка впливає на точність опису асиметричної завади усіченим стохастичним поліномом. Тому, наслідком запропонованого спрощення є те, що результуючий поліном менш точно описуватиме досліджувану адитивну суміш постійного сигналу S_ϑ та асиметричної завади η , ніж аналогічний усічений поліном з коефіцієнтами, знайденими за умови $\ell = 0$.

Разом з тим, запропоноване спрощення СЛАР (4) дасть змогу знайти оцінку параметра постійного сигналу ϑ методом МУСП за менший час та з достатньою точністю (більшою за точність оцінки, знайденої класичним методом). При значенні параметра глибини усічення стохастичного полінома $\ell = 1$ існує

$$\sum_{i=1}^2 h'_{i(3)\{s\}\{1\}} \cdot K_{j,i\{s\}} = \frac{d}{d\vartheta} [m_{j\{s\}}], \text{ при } j = \overline{1,2}, \quad \sum_{i=1}^2 h''_{i(3)\{s\}\{1\}} \cdot K_{j,i\{s\}} = \frac{d}{d\vartheta} [m_{j\{s\}}], \text{ при } j = \overline{2,3},$$

$$\sum_{i=1}^2 h''_{i(3)\{s\}\{1\}} \cdot K_{j,i\{s\}} = \frac{d}{d\vartheta} [m_{j\{s\}}], \text{ при } j = 1 \text{ та } j = 3. \quad (5)$$

Над виразами оптимальних коефіцієнтів $h_{i(3)\{s\}\{1\}}^{(r)}$ введені додаткові позначення (r – кількість рисочок), які показують спосіб спрощення СЛАР (4). У спрощених системах кількість змінних дорівнює кількості рівнянь, що входять до їх складу. Тому вони матимуть єдиний розв'язок, за умови, що визначники,

кілька можливих варіантів спрощення системи (4), і вони відрізняються лише вибором двох рівнянь, які увійдуть до складу нової спрощеної системи. Запишемо всі можливі варіанти спрощення СЛАР (4) при $\ell = 1$ та визначимо їх як способи спрощення № 1, № 2 та № 3.

які складені з центрованих корелянтів $K_{i,j\{s\}}$ ($i = \overline{1,3}, j = \overline{1,2}$), будуть відмінними від нуля.

Аналітичні вирази розв'язків систем (5) отримують за допомогою правила Крамера. Опускаючи нескладні математичні перетворення, запишемо кінцеві розв'язки зазначених систем:

$$h'_{1(3)\{s\}\{1\}} = \frac{dS}{d\vartheta} \frac{\chi_2^{1,5} (2S_9 \gamma_3 + 2\chi_2^{0,5})}{\Lambda_{1(3)\{s\}}}, \quad h'_{2(3)\{s\}\{1\}} = -\frac{dS}{d\vartheta} \frac{\chi_2^{1,5} \gamma_3}{\Lambda_{1(3)\{s\}}},$$

$$h''_{1(3)\{s\}\{1\}} = \frac{dS}{d\vartheta} \frac{\chi_2^{1,5} (6S_9^2 \gamma_3 + 6S_9 + \chi_2 \gamma_3)}{\Lambda_{2(3)\{s\}}}, \quad h''_{1(3)\{s\}\{1\}} = \frac{dS}{d\vartheta} \frac{\chi_2^{1,5} (6S_9^3 \gamma_3 + 6S_9^2 \chi_2^{0,5} + 3\chi_2 \gamma_3)}{\Lambda_{3(3)\{s\}}}, \quad (6)$$

$$h'''_{2(3)\{s\}\{1\}} = -\frac{dS}{d\vartheta} \frac{3S_9^2 \gamma_3 \chi_2^{1,5}}{\Lambda_{3(3)\{s\}}}, \quad h'''_{2(3)\{s\}\{1\}} = -\frac{dS}{d\vartheta} \frac{3S_9 \gamma_3 \chi_2^{1,5}}{\Lambda_{2(3)\{s\}}}, \quad h'_{3(3)\{s\}\{1\}} = h''_{3(3)\{s\}\{1\}} = h'''_{3(3)\{s\}\{1\}} = 0,$$

де коефіцієнти $\Lambda_{1(3)\{s\}}$, $\Lambda_{2(3)\{s\}}$, $\Lambda_{3(3)\{s\}}$ розраховуються як визначники матриць, складених

з центрованих корелянтів $K_{i,j\{s\}}$, ($i = \overline{1,3}, j = \overline{1,2}$):

$$\Lambda_{1(3)\{s\}} = \Lambda_{2(3)\{s\}} = \chi_2^3 (2 - \gamma_3^2), \quad \Lambda_{2(3)\{s\}} = \chi_2^3 (3S_9 (2 - \gamma_3^2) + 6S_9 \gamma_3 \chi_2^{0,5}),$$

$$\Lambda_{3(3)\{s\}} = \chi_2^3 (3S_9^2 (2 - \gamma_3^2) + 12S_9 \gamma_3 \chi_2^{0,5} + \chi_2 (6 - 9\gamma_3^2)).$$

Проаналізувавши кожну пару отриманих розв'язків (6), можемо побачити, що аналітичні вирази коефіцієнтів $h'_{1(3)\{s\}\{1\}}$ та $h'_{2(3)\{s\}\{1\}}$ містять менше елементарних математичних операцій, ніж вирази інших коефіцієнтів. Тому вони є простішими з точки зору практичної реалізації алгоритмів оцінювання параметра постійного сигналу ϑ , за умови степеня усіченого полінома $s = 3$ та параметра глибини усічення $\ell = 1$.

Підтвердимо наведене твердження, дослідивши час знаходження конкретних розв'язків систем (5) у спеціалізованому пакеті програм Wolfram Mathematica.

Опускаючи процедуру отримання часу виконання алгоритму отримання коефіцієнтів (6), наведемо графічні залежності часу, за який отримуються конкретні чисельні значення розв'язків систем (5), від значень коефіцієнта асиметрії γ_3 .

Графічні залежності, зображені на рис. 1, показують, що найшвидше розраховуються коефіцієнти $h'_{i(3)\{s\}\{1\}}$, $i = \overline{1,3}$ (спосіб спрощення № 1). А вагові коефіцієнти $h''_{i(3)\{s\}\{1\}}$, $h'''_{i(3)\{s\}\{1\}}$, $i = \overline{1,3}$ (способи спрощення № 2 та № 3), знаходяться повільніше в 1,5 разу.

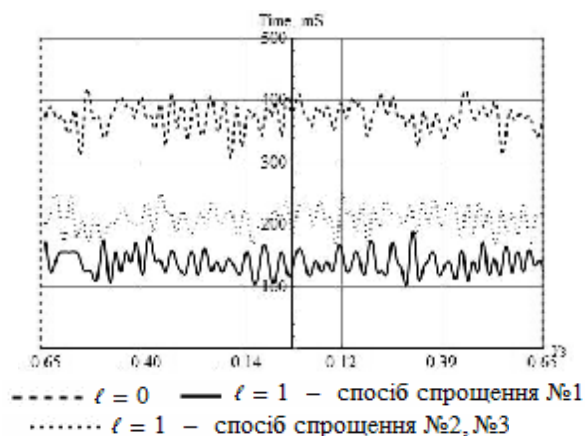


Рис. 1. Залежність часу знаходження вагових коефіцієнтів рівняння (1) при $s = 3$ від значення коефіцієнта асиметрії

Описані закономірності зберігаються і для випадку максимального значення пара-

$$J_{(3)\{s\}\langle\ell\rangle}^{(r)} = n \cdot \left[\sum_{i=1}^3 h_{i(3)\{s\}\langle\ell\rangle}^{(r)} \frac{d}{d\theta} [m_{i\{s\}}] \right]^2 / \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 h_{i(3)\{s\}\langle\ell\rangle}^{(r)} h_{j(3)\{s\}\langle\ell\rangle}^{(r)} K_{i,j\{s\}}. \quad (7)$$

Через громіздкість аналітичні вирази кількості інформації $J'_{(3)\{s\}\langle 1 \rangle}$, $J''_{(3)\{s\}\langle 1 \rangle}$ та $J'''_{(3)\{s\}\langle 1 \rangle}$ у цій роботі наводитись не будуть.

Але для їх порівняння розрахуємо відношення, яке описуватиме кількісну різницю між ними:

$$I_{(3)\{s\}\langle\ell/\kappa\rangle} = J_{(3)\{s\}\langle\kappa\rangle} / J_{(3)\{s\}\langle\ell\rangle},$$

де κ , ℓ – коефіцієнти, що показують глибину усічення стохастичного полінома.

Відношення $I_{(3)\{s\}\langle\ell/\kappa\rangle}$ будемо називати коефіцієнтом зменшення кількості інформації про оцінку $\hat{\theta}$, що кількісно описує зміну значення кількості інформації $J_{(3)\{s\}\langle\ell\rangle}$, при використанні усічених поліномів третього степеня з різними значеннями параметра глибини усічення ℓ та κ .

Опускаючи розрахунок виразів коефіцієнтів зменшення інформації $I'_{(3)\{s\}\langle 0/1 \rangle}$, $I''_{(3)\{s\}\langle 0/1 \rangle}$ та $I'''_{(3)\{s\}\langle 0/1 \rangle}$, наведемо їх графічні залежності від коефіцієнта асиметрії γ_3 .

Залежності, зображені на рис. 2, показують, що при прямуванні значень коефіцієнта асиметрії γ_3 до межі області визначення [4] для значення кількості інформації про оцінку $\hat{\theta}$, отриманої з умов глибини усічення $\ell = \overline{0,1}$, виконується нерівність:

метра глибини усічення ($\ell = 2$) при степені полінома $s = 3$. Відповідно, можемо зробити висновок, що спрощення СЛАР (4) за допомогою способу спрощення № 1 збільшить загальну швидкодію обчислення вагових коефіцієнтів рівняння максимізації усіченого полінома, порівняно зі способами спрощення № 2 та № 3.

Для підтвердження вибору способу спрощення системи (4) також необхідно враховувати кількість інформації $J_{(3)\{s\}\langle 1 \rangle}$ про параметр постійного сигналу θ , що оцінюється на тлі асиметричної завади, методом МУСП.

Кількість інформації $J_{(3)\{s\}\langle 1 \rangle}$ про оцінюваний параметр постійного сигналу θ при степені полінома $s = 3$ та значенні параметра глибини усічення полінома ℓ знаходиться зі співвідношення

$$J_{(3)\{s\}\langle 0 \rangle} > J'_{(3)\{s\}\langle 1 \rangle} > J''_{(3)\{s\}\langle 1 \rangle} > J'''_{(3)\{s\}\langle 1 \rangle}.$$

Це означає, що при використанні способу спрощення № 1 до СЛАР (4) кількість інформації про оцінку $\hat{\theta}$ є більшою, порівняно зі способами спрощення № 2 та № 3.

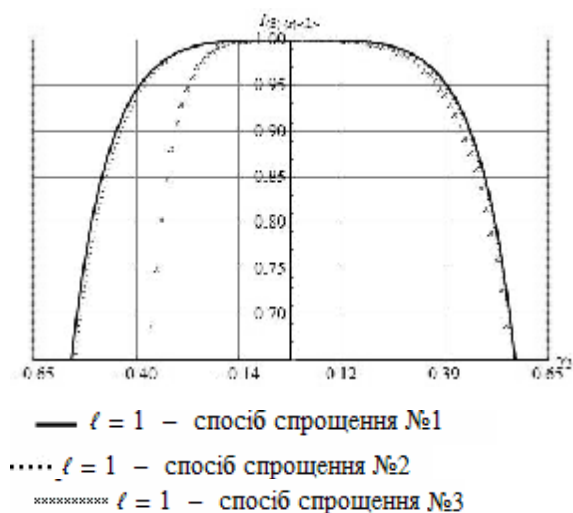


Рис. 2. Залежність коефіцієнта збільшення інформації $I_{(3)\{s\}\langle 0/1 \rangle}^{(r)}$ про оцінюваний параметр θ від значень коефіцієнта асиметрії γ_3

Підсумовуючи вищенаведене, зробимо висновок, що застосування способу спрощення № 1 до СЛАР (4) є оптимальним з точки зору швидкодії алгоритмів отримання вагових ко-

ефіцієнтів рівняння максимізації усіченого полінома та отримання максимуму інформації про оцінюваний параметр сигналу ϑ .

Висновки. Головний науковий результат роботи полягає в розробці алгоритму розрахунку вагових коефіцієнтів рівняння МУСП, за допомогою яких синтезуються ефективні алгоритми оцінювання параметра постійного сигналу на тлі асиметричних негаусівських завад.

Практичне значення результатів, отриманих у цій роботі, полягає в тому, що визначено спосіб спрощення перевизначеної системи, який ґрунтується на її приведенні до визначеної системи рівнянь відкиданням останніх ℓ рівнянь. Такий підхід дає можливість здійснювати спрощення алгоритмів оцінювання параметра постійного сигналу ϑ , які ґрунтуються на методі МУСП, еквівалентні зменшенню степеня полінома на величину ℓ .

Список літератури

1. Ghassemlooy Z. Optical wireless communications: system and channel modelling with MATLAB / Z. Ghassemlooy, W. Popoola, S. Rajbhandari. – CRC Press Taylor & Franis Group, 2013.
2. Lal Chang Codara. Handbook of antennas in wireless communications. Part A. Wireless communication systems and channel characteristics. – CRC Press, 2002.
3. Шелухин О. И. Негауссовские процессы в радиотехнике / О. И. Шелухин. – М. : Радио и связь, 1998. – 310 с.
4. Кунченко Ю. П. Стохастические полиномы / Ю. П. Кунченко. – К. : Наукова думка, 2006. – 275 с.
5. Кунченко Ю. П. Поліноміальна оцінка параметра постійного сигналу при адитивній взаємодії з ексцесною завадою 1-го типу / Ю. П. Кунченко, А. В. Гончаров, С. В. Салипа // Вісник Черкаського державного технологічного університету. – 2004. – № 3. – С. 80–84.
6. Кунченко Ю. П. Алгоритми вимірювання параметра постійного сигналу, оптимальні в класі поліноміальних перетворень при асиметричній заваді 1-го типу / Ю. П. Кунченко, О. С. Гавриш, А. В. Гончаров // Вісник Черкаського державного технологічного університету. – 2003. – № 2. – С. 23–28.
7. Кунченко Ю. П. Метод максимизации усеченного стохастического полинома / Ю. П. Кунченко // Системы и средства пе-

редачи и обработки информации : труды 8-й Междунар. науч.-практ. конф. – Одесса : ОНАС им. А. С. Попова, 2004. – С. 153–155.

8. Palahin V. V. Features of the constant signal parameter estimation by the method of truncated polynomial maximization / V. V. Palahin, A. V. Honcharov, V. V. Filipov // Oxford Journal of Scientific Research. – 2015. – No. 1 (9) (January-June), vol. IV. – P. 171–179.
9. Гончаров А. В. Оцінювання інформативного параметра постійного сигналу при усіченому оцінюванні дисперсії ексцесної завади / А. В. Гончаров, В. В. Філіпов // Інформаційні технології та комп'ютерна інженерія (Вінниця). – 2009. – № 1. – С. 71–77.
10. Філіпов В. В. Оцінювання параметра постійного сигналу методом максимізації усіченого полінома на тлі негаусівських завад // Обробка сигналів і негаусівських процесів : праці IV Міжнар. наук.-практ. конф., присвяч. пам'яті професора Ю. П. Кунченка. – Черкаси : ЧДТУ, 2013. – С. 98–101.

References

1. Ghassemlooy, Z., Popoola, W. and Rajbhandari, S. (2013) Optical wireless communications: system and channel modelling with MATLAB. CRC Press Taylor & Franis Group.
2. Lal Chang Codara (2002) Handbook of antennas in wireless communications. Part A. Wireless communication systems and channel characteristics. CRC Press.
3. Sheluhin, O. I. (1998) Non-Gauss processes in radio engineering. Moscow: Radio i svyaz, 310 p [in Russian].
4. Kunchenko, Yu. P. (2006) Stochastic polynomials. Kyiv, Naukova dumka, 275 p. [in Russian].
5. Kunchenko, Yu. P., Honcharov, A. V. and Salypa, S. V. (2004) Polinomial estimation of steady signal parameter at additive interaction with kurtosis noise of the 1st type. *Visnyk Cherkaskogo derzhavnogo technologichnogo universytetu*, No. 3, pp. 80–84 [in Ukrainian].
6. Kunchenko, Yu. P., Gavrish, O. S. and Honcharov, A. V. (2003) Algorithms for measuring steady signal parameter, optimal in the class of polinomial transformations at asymmetric noises of the 1st type. *Visnyk Cherkaskogo derzhavnogo tehнологichnogo universytetu*, (2), pp. 23–28 [in Ukrainian].
7. Kunchenko, Yu. P. (2004) The method of maximization of truncated stochastic polynomial. *Sistemy i sredstva peredachi i obra-*

- botki informatsiyi: proceedings of the 8th International research and practical conf.* Odessa : ONAS im. A. S. Popova, pp. 153–155 [in Russian].
8. Palahin, V. V., Honcharov, A. V. and Filipov, V. V. (2015) Features of the constant signal parameter estimation by the method of truncated polynomial maximization. *Oxford Journal of Scientific Research*, No. 1 (9) (January-June), vol. IV, pp. 171–179.
 9. Honcharov, A. V. and Filipov, V. V. (2009) Estimation of informative parameter of constant signal at truncated estimation variance of kurtosis noise. *Informatsiyi ta kompyuterna inzheneriya* (Vinnitsa), No. 1, pp. 71–77 [in Ukrainian].
 10. Filipov, V. V. (2013) Estimation of constant signal parameter by maximization of truncated polynomial method on the background of non-Gaussian noises. *Obrobka sygnaliv i negausivskyh procesiv: proceedings of the IV International scientific and practical conf., dedicated to the memory of professor Yu. P. Kunchenko*. Cherkasy: ChDTU, pp. 98–101 [in Ukrainian].

A. V. Honcharov, *Ph.D., associate professor, dean of the faculty of electronic technologies,*
e-mail: artyom28@gmail.com

V. V. Filipov, *Ph.D., senior lecturer of the department of radio engineering and information and telecommunication systems,*
e-mail: vyphilka@gmail.com

A. V. Chepynoga, *Ph.D., senior lecturer of the department of radio engineering and information and telecommunication systems,*
e-mail: toxachep@gmail.com

M. O. Bezpalnyi, *undergraduate of the department of radio engineering and information and telecommunication systems*
Cherkasy State Technological University
Shevchenko blvd, 460, Cherkasy, 18006, Ukraine

ALGORITHMS FOR CALCULATION OF COEFFICIENTS OF THE EQUATION OF TRUNCATED POLYNOMIAL MAXIMIZATION AT THE ESTIMATION OF CONSTANT SIGNAL PARAMETER ON THE BACKGROUND OF NON-GAUSSIAN NOISES

The features of estimation of constant signal parameter are researched in this article by the method of maximization of truncated stochastic polynomial. The offered method of estimation is based on moment-cumulant description of random variables and the representation of likelihood function in the form of truncated stochastic polynomial of s degree. The additive non-Gaussian random variable is used as a mathematical model of the noise, which is described by the second order cumulant and skewness coefficient. Constant signal is represented as a function of informative parameter ϑ . The method of maximization of truncated stochastic polynomial allows to get simplified algorithms of estimation of parameter ϑ on the background of asymmetric non-Gaussian noises. The basic idea of simplification of the estimated algorithms consists in the following: not all members of a polynomial are used in stochastic polynomial, but only those that allow to simplify the algorithm of estimation.

The main materials of the article are devoted to the analysis of methods for simplification of estimation algorithms of constant signal parameter for $s > 2$ degrees of truncated polynomial. The criterion of simplification of polynomial estimation algorithms and the method for receiving weight coefficients, maximizing truncated stochastic polynomial, are offered in the article. Coefficients of the increase of the amount of information are pointed for the analysis of the accuracy of simplified estimation algorithms. This allows to choose the optimum method to get truncated polynomial coefficients in terms of minimum variance estimation of constant signal parameter.

Keywords: *non-Gaussian noises, method of maximization of truncated stochastic polynomial, depth of stochastic polynomial truncation, skewness coefficient.*

Рецензенти: В. В. Палагін, д.т.н., професор, Черкаський державний технологічний університет; С. А. Положаєнко, д.т.н., професор, Одеський національний політехнічний університет.