УДК 004.94

В. А. Іванюк[1], *к.т.н., доцент*
e-mail: wivanyuk@gmail.com
О. О. Ситник[2], *к.т.н., професор*
e-mail: sytnyk_ets@ukr.net
Ю Стертен[3], *асистент*
e-mail: *jo.sterten@ntnu.no*
[1]Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка,
вул. Огієнка, 61, м. Кам'янець-Подільський, Україна, 32300
[2]Черкаський державний технологічний університет
б-р Шевченка, 460, Черкаси, 18006, Україна
[3]Норвезький університет науки і технологій,
NTNU, NO-7491 Trondheim, Norway

ДОСЛІДЖЕННЯ ЕКВІВАЛЕНТНИХ ФОРМ ПРЕДСТАВЛЕННЯ ДИНАМІЧНИХ МОДЕЛЕЙ ВИМІРЮВАЛЬНИХ ПЕРЕТВОРЮВАЧІВ МЕТОДОМ ОБЧИСЛЮВАЛЬНИХ ЕКСПЕРИМЕНТІВ

За допомогою обчислювальних експериментів досліджується точність чисельних розв'язків, отриманих за допомогою еквівалентних математичних моделей вимірювальних перетворювачів (ВП) першого та другого порядків у формі звичайних диференціальних рівнянь, передатних функцій, операторів Вольтерри та інтегральних рівнянь Вольтерри ІІ роду.

Ключові слова: *вимірювальні перетворювачі, математичні моделі, обчислювальний експеримент, звичайні диференціальні рівняння, передатні функції, оператор Вольтерри, інтегральні рівняння.*

Вступ. Розвиток комп'ютерних засобів, вимірювальних пристроїв та систем започаткував створення комп'ютерно-інтегрованих систем, які поєднують технології вимірювання, обробки та передачі інформації, вироблення сигналів керування, контролю і діагностики об'єктів керування. Побудова комп'ютерно-інтегрованих систем обумовлює необхідність розробки і вибору ефективних математичних та комп'ютерних моделей, від форм і якості яких залежить можливість роботи систем у реальному часі за обмежених обчислювальних ресурсів [4], що обумовлює актуальність задачі розробки і вибору еквівалентних математичних моделей для використання їх у комп'ютерно-інтегрованих системах.

Найбільш близьким до практичних оцінок методів та алгоритмів чисельної реалізації математичних моделей є метод обчислювальних експериментів, який дає можливість дослідити властивості об'єкта або явища шляхом розв'язування задачі за допомогою комп'ютерної техніки. Багаторазове проведення експериментів для різних наборів вхідних даних дає змогу дослідити роль та вплив різних факторів на проходження того чи іншого процесу або поведінку об'єкта. Результати обчислювальних експериментів дають можливість правильно планувати відповідні натурні експерименти, скорочувати терміни проектно-конструкторських робіт щодо розробки комп'ютерно-інтегрованих систем, знизити затрати матеріалів та енергоресурсів [4, 9, 12].

Метою роботи є дослідження якості різних форм представлення динамічних моделей вимірювальних перетворювачів методом обчислювальних експериментів.

Основна частина. Динамічні властивості складних вимірювальних комплексів можна оцінити за динамікою вимірювальних перетворювачів як складових елементів таких систем [1, 3, 6, 11, 12].

Базовою математичною моделлю вимірювальних перетворювачів як лінійних стаціонарних динамічних об'єктів із зосередженими параметрами є диференціальне рівняння зі сталими коефіцієнтами [1, 6, 11]:

$$a_n \frac{d^n Q}{dt^n} + \ldots + a_1 \frac{dQ}{dt} + a_0 Q =$$
$$= b_m \frac{d^m f}{dt^m} + \ldots + b_1 \frac{df}{dt} + b_0 f,$$

де Q – вихідний сигнал, f – вхідний сигнал, $a_n, \ldots, a_1, a_0, b_m, \ldots, b_1, b_0$ – сталі.

Залежно від порядку диференціального рівняння, яке описує вимірювальний перетворювач, їх можна поділити на перетворювачі першого, другого або вищого порядків [1, 6, 11].

Розглянемо вимірювальні перетворювачі першого та другого порядків і представимо вихідну диференціальну модель у вигляді інтегральних еквівалентних моделей.

Перетворювачі першого порядку. Диференціальні рівняння першого порядку описують поведінку перетворювачів, до складу яких входить один енергонакопичувальний елемент. Такі рівняння мають вигляд:

$$a \frac{dQ(t)}{dt} + bQ(t) = f(t), \qquad (1)$$

де a та b – параметри моделі, $Q(t)$ – показання вимірювального перетворювача, $f(t)$ – вимірюване значення. Прикладами таких об'єктів слугують вимірювальні перетворювачі температури, вологості газу та швидкості потоку [1, 6, 11]. Базові математичні моделі таких перетворювачів наведено в табл. 1.

Шляхом еквівалентних перетворень рівняння (1) можна отримати моделі в інтегральних формах: передатна функція, оператор Вольтерри, рівняння Вольтерри II роду [2, 5, 10], які наведені в табл. 2, де також представлено загальний вигляд перехідної характеристики ВП.

Перетворювачі другого порядку. Диференціальні рівняння другого порядку описують поведінку датчиків з двома енергонакопичувальними елементами:

$$\frac{d^2 Q(t)}{dt^2} + a \frac{dQ(t)}{dt} + bQ(t) = f(t), \qquad (2)$$

де a та b – параметри моделі, $Q(t)$ – показання вимірювального перетворювача, $f(t)$ – вимірюване значення. Прикладом такого об'єкта є ВП прискорення (акселерометр), до складу якого входять маса і пружина [1, 6, 11] (табл. 1).

В табл. 3 представлено еквівалентні рівнянню (2) моделі в інтегральних формах: передатна функція, оператор Вольтерри, рівняння Вольтерри II роду [2, 5, 10].

Таблиця 1

Моделі вимірювальних перетворювачів

ВП	Диференціальні моделі	Позначення
Температури	$C \frac{dQ_m(t)}{dt} + AQ_m(t) = kQ(t)$, $Q_m(0) = Q_0$.	Q_m – показання ВП; C – коефіцієнт питомої теплоємності термопари; A – коефіцієнт тепловіддачі термопари; $Q(t)$ – вимірювана температура.
Вологості газу	$\frac{d\varphi_Г(t)}{dt} + \frac{1}{\lambda_0}\varphi_Г(t) = \frac{1}{\lambda_0}\varphi_и(t)$, $\varphi_Г(0) = \varphi_{r0}$.	$\varphi_Г$ – показання ВП; $\lambda 0$ – коефіцієнт, який характеризує умови виміру; $\varphi_и(t)$ – вимірюване поточне значення вологості газу.
Швидкості потоку	$J \frac{d\omega(t)}{dt} + z_0\omega(t) = c_0 V(t)$, $\omega(0) = \omega_0$.	J – момент інерції ротора ВП; $\omega(t)$ – швидкість обертання ротора; $z0$ – коефіцієнт сил в'язкого тертя; $c0$ – стала, яка залежить від параметрів ВП; $V(t)$ – швидкість потоку.
Прискорення	$m \frac{d^2 x_0''(t)}{dt^2} + k_1 \frac{dx_0'(t)}{dt} +$ $+ c_1 x_0(t) = m a_л(t)$, $x_0(0) = x_0$, $x_0'(0) = x_0'$.	$a_л(t)$ – вимірюване прискорення об'єкта; $x_0''(t)$, $x_0'(t)$, $x_0(t)$, – відносне прискорення, швидкість, переміщення інерційної маси прибору; $k1$ – коефіцієнт демпфування; $c1$ – жорсткість пружного елемента; m – інерційна маса приладу.

Таблиця 2

Моделі вимірювальних перетворювачів першого порядку

Вид моделі	Модель
$Q(t)$ – шукана функція; a, b – сталі коефіцієнти; $f(t)$ – вхідний вплив; $Q_0(t)$ – початкове значення.	
Диференціальне рівняння	$a\dfrac{dQ(t)}{dt}+bQ(t)=f(t),\ Q(0)=Q_0.$
Передатна функція	$Q(p)=\dfrac{1}{ap+b}f(p)+a\dfrac{1}{ap+b}Q_0L_p\{\delta(t)\}$
Оператор Вольтерри	$Q(t)=\dfrac{1}{a}\int\limits_0^t e^{-\frac{b}{a}(t-s)}f(s)ds+e^{-\frac{b}{a}t}Q_0$
Рівняння Вольтерри II роду	$y(t)+\dfrac{b}{a}\int\limits_0^t y(s)ds=\dfrac{1}{a}f(t)-\dfrac{b}{a}Q_0,\ Q=\int\limits_0^t y(s)ds+Q_0$
Перехідна характеристика	$Q(t)=\dfrac{1}{b}\left(1-e^{-\frac{b}{a}t}\right)+e^{-\frac{b}{a}t}Q_0$

Таблиця 3

Моделі вимірювальних перетворювачів другого порядку

Вид моделі	Модель
$Q(t)$ – шукана функція; a, b – сталі коефіцієнти; $f(t)$ – вхідний вплив; $Q_0(t)$ – початкове значення.	
Диференціальні рівняння	$\dfrac{d^2Q(t)}{dt^2}+a\dfrac{dQ(t)}{dt}+bQ(t)=f(t),$ $Q(0)=Q_0,\ \dfrac{dQ(0)}{dt}=Q_1,\ 4b>a^2$
Передатна функція	$Q(p)=\dfrac{1}{p^2+ap+b}f(p)+$ $+\dfrac{p}{p^2+ap+b}Q_1L_p\{\delta(t)\}+\dfrac{1}{p^2+ap+b}(1+a)Q_0L_p\{\delta(t)\}$
Оператор Вольтерри	$Q(t)=\dfrac{2}{\omega}\int\limits_0^t e^{\alpha(t-s)}\sin\omega(t-s)f(s)ds+Q_0e^{\alpha t}\left(\cos\omega t-\dfrac{\alpha}{\omega}\sin\omega t\right)+\dfrac{1}{\omega}Q_1e^{\alpha t}\sin\omega t$ $\alpha=-\dfrac{a}{2},\ \omega=\dfrac{1}{2}\sqrt{4b-a^2},\ 4b>a^2$
Рівняння Вольтерри II роду	$y(t)+\int\limits_0^t\big(a+b(t-s)\big)y(s)ds=f(t)-(bt+a)Q_1-bQ_0,$ $Q=\int\limits_0^t(t-s)y(s)ds+tQ_1+Q_0$
Перехідна характеристика	$Q(t)=\dfrac{1}{b}\left(1-e^{\alpha t}\left(\cos(t\omega)-\dfrac{\alpha}{\omega}\sin(tw)\right)\right)+e^{\alpha t}\left(\cos(t\omega)+\dfrac{\alpha}{\omega}\sin(tw)\right)Q_0+$ $+\dfrac{1}{\omega}e^{\alpha t}\sin(tw)(Q_1+aQ_0)$ $\alpha=-\dfrac{a}{2},\ \omega=\dfrac{1}{2}\sqrt{4b-a^2},\ 4b>a^2$

Обчислювальні експерименти. Ефективність застосування кожної форми моделі досліджено на основі обчислювальних експериментів шляхом зміни різних факторів, які впливають на перехідний процес. Обчислювальні експерименти проводилися в середовищі Matlab, причому чисельна реалізація моделей виконувалась різними засобами [7, 8]. Для реалізації математичних моделей у формі диференціальних моделей застосовувались різні чисельні методи на основі таких засобів:

ode (Euler) – метод Ейлера (метод Рунге-Кутти 1-го порядку зі сталим кроком інтегрування, власна реалізація);

ode23 (Bogacki-Shampine) – метод Богацького-Шампена (метод Рунге-Кутти 2-3-го порядків із змінним кроком інтегрування, засіб середовища Matlab);

ode45 (Dormand-Prince) – метод Дормана-Принса (метод Рунге-Кутти 4-5-го порядків із змінним кроком інтегрування, засіб середовища Matlab).

Чисельна реалізація передатних функцій виконувалась в середовищі Simulink на основі програм-розв'язувачів при сталому кроці інтегрування:

ode1 (Euler) – метод Ейлера (метод Рунге-Кутти 1-го порядку);

ode2 (Heun) – метод Хойна (метод Рунге-Кутти 2-го порядку);

ode3 (Bogacki-Shampine) – метод Богацького-Шампена (метод Рунге-Кутти 3-го порядку);

ode4 (Runge-Kutta) – метод Рунге-Кутти 4-го порядку;

ode5 (Dormand-Prince) – метод Дормана-Принса (метод Рунге-Кутти 5-го порядку).

Чисельна реалізація інтегральних моделей виконувалась на основі запропонованих алгоритмів і програм, оскільки в середовищі Matlab немає засобів для їх реалізації. При цьому, для реалізації оператора Вольтерри в середовищі Matlab створено засоби на основі квадратурних методів:

VO (Left) – метод лівих прямокутників;

VO1 (Trapezoidal) – метод трапецій (аналог методу Рунге-Кутти 1-го порядку точності).

Для чисельної реалізації інтегрального рівняння Вольтерри II роду в середовищі Matlab розроблено такі засоби:

VIE (Left) – метод лівих прямокутників;

VIE1 (Trapezoidal) – метод трапецій (аналог методу Рунге-Кутти 1-го порядку точності).

При дослідженні форм моделей задавались різні значення характеристик самої моделі, тобто a та b, характеристика вхідного сигналу $f(t)$ із накладанням шуму різного типу, початкове значення $Q0$ та крок моделювання τ. Під час обчислювальних експериментів використовувався вхідний сигнал у вигляді одиничної функції $1(t)$ і порівнювались отримані значення з відомою перехідною характеристикою. Оцінювання якості перехідних характеристик здійснюється на основі абсолютних та відносних похибок:

$M_\Delta = \max\left|Q_ш - Q_т\right|$ – максимальна абсолютна похибка,

$I_\Delta = \sum\left|Q_ш - Q_т\right|\tau$ – інтегральна абсолютна похибка,

$M_\delta = \max\dfrac{\left|Q_ш - Q_т\right|}{Q_{уст}}\cdot 100\%$ – максимальна відносна похибка, де $Q_ш$ – шукане значення, $Q_т$ – точне значення, $Q_{уст}$ – усталене значення перехідної характеристики.

В табл. 4–5 наведено приклади дослідження моделей вимірювальних перетворювачів першого та другого порядків. Параметри обчислювальних експериментів мають значення: a = 1, b = 1, tau = 0.01, $Q0$ = 0, $f(t)$ = $1(t)$, T = 20. До вхідного сигналу додавався 5 % білий шум. Похибки чисельної реалізації еквівалентних моделей при цих параметрах наведено в табл. 4–5 відповідно для моделей першого та другого порядків.

У табл. 6–7 наведено відповідно похибки для моделей першого та другого порядків при таких параметрах обчислювальних експериментів: a = 0,005, b = 1, tau = 0.01, $Q0$ = 0, $f(t)$ = 1(t), T = 20. До вхідного сигналу додавався 5 % білий шум.

Таблиця 4

Похибки чисельної реалізації моделей вимірювальних перетворювачів першого порядку

Вид моделі	Спосіб програмної реалізації	Засіб (метод)	Максимальна абсолютна похибка, M_{Δ}	Інтегральна абсолютна похибка, I_{Δ}	Відносна похибка, M_{δ}
Диференціальне рівняння	Власна реалізація	ode (Euler)	0,006420059	0,032060665	0,642005877
	Реалізація Matlab	ode23 (Bogacki-Shampine)	0,012817387	0,079925334	1,281738664
		ode45 (Dormand-Prince)	0,022971537	0,146596141	2,297153709
Передатна функція	Реалізація Simulink	ode1 (Euler)	0,005560527	0,037185834	0,556052715
		ode2 (Heun)	0,005432195	0,032472807	0,543219524
		ode3 (Bogacki-Shampine)	0,005432209	0,032485501	0,543220948
		ode4 (Runge-Kutta)	0,005432209	0,032485469	0,543220944
		ode5 (Dormand-Prince)	0,005432209	0,032485469	0,543220944
Оператор Вольтерри	Власна реалізація	VO (Left)	0,011260063	0,095575375	1,126006338
		VO1 (Trapezoidal)	0,007433268	0,032606556	0,743326795
Рівняння Вольтерри II роду	Власна реалізація	VIE (Left)	0,005831836	0,037974921	0,583183593
		VIE1 (Trapezoidal)	0,00547819	0,029871004	0,547818974

Таблиця 5

Похибки чисельної реалізації моделей вимірювальних перетворювачів другого порядку

Вид моделі	Спосіб програмної реалізації	Засіб (метод)	Максимальна абсолютна похибка, M_{Δ}	Інтегральна абсолютна похибка, I_{Δ}	Відносна похибка, M_{δ}
Диференціальне рівняння	Власна реалізація	ode (Euler)	0,004132	0,033471	0,413155
	Реалізація Matlab	ode23 (Bogacki-Shampine)	0,005536	0,018696	0,553595
		ode45 (Dormand-Prince)	0,007447	0,028396	0,744722
Передатна функція	Реалізація Simulink	ode1 (Euler)	0,005981	0,041422	0,59807
		ode2 (Heun)	0,004639	0,030267	0,463917
		ode3 (Bogacki-Shampine)	0,004642	0,030304	0,464216
		ode4 (Runge-Kutta)	0,004642	0,030304	0,464216
		ode5 (Dormand-Prince)	0,004642	0,030304	0,464216
Оператор Вольтерри	Власна реалізація	VO (Left)	0,007259	0,033994	0,725938
		VO1 (Trapezoidal)	0,006164	0,030103	0,616434
Рівняння Вольтерри II роду	Власна реалізація	VIE (Left)	0,004773	0,035227	0,477334
		VIE1 (Trapezoidal)	0,003537	0,029062	0,353663

Таблиця 6

Похибки чисельної реалізації моделей вимірювальних перетворювачів першого порядку

Вид моделі	Спосіб програмної реалізації	Засіб (метод)	Максимальна абсолютна похибка, M_{Δ}	Інтегральна абсолютна похибка, I_{Δ}	Відносна похибка, M_{δ}
Диференціальне рівняння	Власна реалізація	ode (Euler)	2,375572	19,30042	237,5572
	Реалізація Matlab	ode23 (Bogacki-Shampine)	0,026216	0,084303	2,621555
		ode45 (Dormand-Prince)	0,034312	0,141926	3,43121
Передатна функція	Реалізація Simulink	ode1 (Euler)	2,969919	24,14613	296,9919
		ode2 (Heun)	1,02779	19,55108	102,779
		ode3 (Bogacki-Shampine)	0,437185	0,494983	43,7185
		ode4 (Runge-Kutta)	0,216717	0,354298	21,67169
		ode5 (Dormand-Prince)	0,05978	0,33128	5,978045
Оператор Вольтерри	Власна реалізація	VO (Left)	0,702066	13,73691	70,20659
		VO1 (Trapezoidal)	0,375252	6,260729	37,52515
Рівняння Вольтерри II роду	Власна реалізація	VIE (Left)	2,404692	29,29589	240,4692
		VIE1 (Trapezoidal)	0,150585	0,337955	15,05848

Таблиця 7

Похибки чисельної реалізації моделей вимірювальних перетворювачів другого порядку

Вид моделі	Спосіб програмної реалізації	Засіб (метод)	Максимальна абсолютна похибка, M_{Δ}	Інтегральна абсолютна похибка, I_{Δ}	Відносна похибка, M_{δ}
Диференціальне рівняння	Власна реалізація	ode (Euler)	0,105461	0,708331	10,54613
	Реалізація Matlab	ode23 (Bogacki-Shampine)	0,012994	0,098818	1,29935
		ode45 (Dormand-Prince)	0,028644	0,186056	2,864441
Передатна функція	Реалізація Simulink	ode1 (Euler)	0,111162	0,745869	11,11617
		ode2 (Heun)	0,020521	0,111116	2,052055
		ode3 (Bogacki-Shampine)	0,020657	0,111996	2,065741
		ode4 (Runge-Kutta)	0,020658	0,112	2,065797
		ode5 (Dormand-Prince)	0,020658	0,112	2,065796
Оператор Вольтерри	Власна реалізація	VO (Left)	0,027639	0,111705	2,763867
		VO1 (Trapezoidal)	0,029048	0,093599	2,904845
Рівняння Вольтерри II роду	Власна реалізація	VIE (Left)	0,012929	0,057592	1,292877
		VIE1 (Trapezoidal)	0,013516	0,108301	1,351622

Отже, результати обчислювальних експериментів дають змогу здійснювати аналіз і вибір необхідних математичних моделей. В ряді випадків розв'язки диференціальних рівнянь збігаються з розв'язками, отриманими за допомогою моделей в інтегральній формі. Є також випадки, коли розв'язки, отримані за допомогою інтегральних моделей, є більш точними, ніж розв'язки, отримані на основі диференціальних моделей. Зокрема, розв'язки для випадків, коли $a<<\tau$, отримані на основі моделей у формі диференціальних рівнянь та передатних функцій, є розбіжними. В цьому випадку доцільно застосовувати змінний крок інтегрування, де свою ефективність показали програмні засоби для розв'язування диференціальних рівнянь ode23 та ode45, але вони, на відміну від інтегральних моделей, потребують набагато більше апаратних ресурсів та часу.

Загалом, вибір кращої форми математичної моделі необхідно здійснювати на основі аналізу результатів великої кількості обчислювальних експериментів з різними змінними параметрами. При оцінюванні форм математичних моделей вимірювальних пристроїв першого та другого порядків доцільно застосовувати алгоритми однакового рівня точності (наприклад, Рунге-Кутти 1-го порядку, аналогом якому є метод трапецій) та однакові параметри моделі і крок моделювання (змінний чи сталий).

Оцінювання наведених похибок проведених обчислювальних експериментів у табл. 4–7 при однакових вихідних даних (диференціальне рівняння – ode (Euler), передатна функція – ode1 (Euler), оператор Вольтерри – VO1 (Trapezoidal), рівняння Вольтерри II роду – VIE1 (Trapezoidal)) – показало, що найвищу точність мають розв'язки, які отримані на основі застосування моделей у формі інтегральних рівнянь Вольтерри II роду.

Для підвищення точності чисельної реалізації моделей можна застосовувати змінний крок та збільшити кількість точок дискретизації, застосовувати методи Рунге-Кутти вищих порядків. Однак ці дії необхідно робити з урахуванням технічних умов до комп'ютерно-інтегрованих систем.

Висновки. Досліджено еквівалентні представлення моделей вимірювальних перетворювачів першого та другого порядків у формі диференціальних рівнянь, передатних функцій, інтегрального оператора Вольтерри, інтегральних рівнянь Вольтерри II роду. Аналітично еквівалентні різні форми динамічних моделей не є рівноцінними при комп'ютерній реалізації, оскільки різні форми моделей реалізуються за допомогою неоднакових обчислювальних схем. Ефективність різних форм моделей вимірювальних перетворювачів дають можливість оцінити обчислювальні експерименти. Проведені дослідження еквівалентних форм представлення динамічних моделей вимірювальних перетворювачів першого та другого порядків показали, що найкраща якість обчислювального процесу спостерігається при використанні моделей у формі інтегральних рівнянь Вольтерри II роду.

Список літератури

1. Бриндли К. Измерительные преобразователи: справочное пособие. Москва: Энергоатомиздат, 1991. 144 с.
2. Бутковский А. Г. Характеристики систем с распределенными параметрами: справочное пособие. Москва: Наука, 1979. 224 с.
3. Вашны Е. Динамика измерительных систем. Москва: Энергия, 1969. 288 с.
4. Верлань А. Ф., Федорчук В. А. Моделі динаміки електромеханічних систем. Київ: Наук. думка, 2013. 222 с.
5. Верлань А. Ф. Сизиков В. С. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы: справочное пособие. Київ: Наук. думка, 1986. 543 с.
6. Датчики: справочное пособие / под общ. ред. В. М. Шарапова, Е. С. Полищука. Москва: Техносфера, 2012. 624 с.
7. Іванюк В. А. Математичні пакети прикладних програм: навч. посіб. Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільськ. нац. ун-т імені Івана Огієнка, 2015. 160 с.
8. Лазарев Ю. Ф. Моделювання динамічних систем у Matlab. Київ: НТУУ «КПІ», 2011. 421 с.
9. Верлань А. Ф., Абдусаров Б. Б., Игнатченко А. А., Максимович Н. А. Методы и устройства интерпретации экспериментальных зависимостей при исследовании и контроле энергетических процессов. Київ: Наук. думка, 1993. 208 с.
10. Федорчук В. А., Іванюк В. А., Верлань Д. А. Інтегральні рівняння в задачах математичного моделювання: навч. посіб. Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільськ. нац. ун-т імені Івана Огієнка, 2014. 144 с.
11. Фрайден Дж. Современные датчики: справочник. Москва: Техносфера, 2005. 592 с.

12. Шевчук В. П. Расчет динамических погрешностей интелектуальных измерительных систем. Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2008. 288 с.

References

1. Brindley, K. (1991) Measuring transducers: reference book. Moscow: Energoatomizdat, 144 p. [in Russian].
2. Butkovskiy, A. G. (1979) Characteristics of systems with distributed parameters. Moscow: Nauka, 224 p. [in Russian].
3. Vashny, E. (1969) Dynamics of measuring systems. Moscow: Energia, 288 p. [in Russian].
4. Verlan, A. F., Fedorchuk, V. A. (2013) Models of dynamics of electromechanical systems. Kyiv: Nauk. dumka, 222 p. [in Ukrainian].
5. Verlan, A. F., Sizikov, V. S. (1986) Integral equations: methods, algorithms, programs: reference manual. Kyiv: Nauk. dumka, 543 p. [in Russian].
6. Sensors: reference manual (2012) In: V. M. Sharapov, E. S. Polishchuk (eds.). Moscow: Tehnosfera, 624 p. [in Russian].
7. Ivanuk, V. A. (2015) Mathematical packages of applied programs. Kamianets-Podilskyi: Kamianets-Podilsk. nats. un-t imeni Ivana Ohiienka, 160 p. [in Ukrainian].
8. Lazarev, Yu. F. (2011) Modeling of dynamic sSystems in Matlab. Kyiv: NTUU "KPI", 421 p. [in Ukrainian].
9. Verlan, A. F., Abdusarov, B. B., Ignatchenko, A. A., Maksimovich, N. A. (1993) Methods and devices for interpreting experimental dependences in the study and control of energy processes. Kyiv: Nauk. dumka, 208 p. [in Russian].
10. Fedorchuk, V. A., Ivanyuk, V. A., Verlan, D. A. (2014) Integral equations in problems of mathematical modeling: textbook. Kamianets-Podilskyi: Kamianets-Podilsk. nats. un-t imeni Ivana Ohiienka, 144 p. [in Ukrainian].
11. Freyden, J. (2005) Modern sensors: reference book. Moscow: Technosphere, 592 p. [in Russian].
12. Shevchuk, V. P. (2008) Calculation of dynamic errors in intelligent measuring systems. Moscow: FIZMATLIT, 288 p. [in Russian].

V. A. Ivanyuk[1], *Ph.D, associate professor*
e-mail: wivanyuk@gmail.com
O. O. Sytnyk[2], *Ph.D, professor*
e-mail: sytnyk_ets@ukr.net
Jo Sterten[3], *assistant*
e-mail: *jo.sterten@ntnu.no*
[1]Kamianets-Podilskyi National Ivan Ohiienko University,
Ohiienko str., 61, Kamianets-Podilskyi, 32300, Ukraine
[2]Cherkasy State Technological University
Shevchenko blvd, 460, Cherkasy, 18006, Ukraine
[3]Norwegian University of Science and Technology, Gyovik, Norway
NTNU, NO-7491 Trondheim, Norway

RESEARCH OF EQUIVALENT FORMS OF REPRESENTATION OF DYNAMIC MODELS OF MEASURING CONVERTERS BY THE METHOD OF COMPUTATIONAL EXPERIMENTS

With computational experiments the accuracy of numerical solutions obtained with the help of equivalent mathematical models of measuring transducers of the first and second orders in the form of ordinary differential equations, transfer functions, Volterra operators and integral Volterra equations of the second kind is calculated.

Keywords: *measuring transducers, mathematical models, computational experiment, ordinary differential equations, transfer functions, Volterra operator, integral equations.*